1a chamada 2017 2018 perg 3

6 de janeiro de 2021 10:28

3. (**4 val.**) Seja $(X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de dimensão n proveniente de uma população X com valor médio μ e variância σ^2.

a) Defina "amostra aleatória de dimensão n".

b) Diga, justificando convenientemente, se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação: "Para n suficientemente grande, $P[S_n \leq n\mu] \approx 1/2$, sendo $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$".

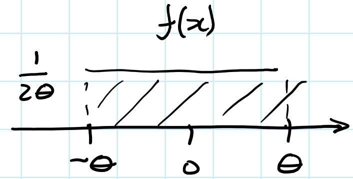
c) Suponha que X tem distribuição uniforme contínua no intervalo $]-\theta, \theta[$, com $\theta \in \mathbb{R}^+$ e seja $T = \frac{3}{n}(X_1^2 + \cdots + X_n^2)$. $]a, b[$

i) Mostre que T é estimador centrado de θ^2.

ii) Observada a amostra $(-1, 0, 1.2, -0.5, 1)$ determine uma estimativa para θ^2.

c) i) $T = \frac{3}{n}\left(X_1^2 + \dots + X_n^2\right)$

com $X_i \sim U(-\theta, \theta)$



T É ESTIMADOR CENTRADO SE $E[T] = \theta^2$

$$E[T] = \frac{3}{n} E\left[X_1^2 + \dots + X_n^2\right] =$$

$$= \frac{3}{n}\left(E[X_1^2] + \dots + E[X_n^2]\right) \underset{C.A.}{=} \frac{3}{n}\left(n \frac{\theta^2}{3}\right) = \theta^2 \checkmark$$

C.A.

$VAR[X] = E[X^2] - E^2[X]$ OU SEJA $E[X^2] = VAR[X] + E^2[X] =$

$$= \frac{\theta^2}{3} + 0^2 = \frac{\theta^2}{3}$$

Distribuição	Função densidade	Espaço dos parâmetros	Valor médio	Variância	Função geradora de momentos
Uniforme	$\begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{o.v.} \end{cases}$	$-\infty < a < b < +\infty$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}$, $t \neq 0$

$a = -\theta$, $b = \theta$

$$E[X] = \frac{-\theta + \theta}{2} = 0$$

$$VAR[X] = \frac{(-\theta - \theta)^2}{12} = \frac{4\theta^2}{12} = \frac{\theta^2}{3}$$